EXPÉRIMENTATION MATHÉMATIQUE EN « J »

Robert Coquidé (09/05/2018)

Algorithme de Syracuse : prenons un entier $A_0 > 1$. S'il est pair, calculons $A_1=A_0/2$ sinon $A_1=(1+3A_0)/2$. Puis, calculons A_2 de la même façon à partir de A_1. Et ainsi de suite ... jusqu'à ce que l'on trouve $A_n=1$.
Conjecture Syracuse : Pour tout entier (fini) $A_0 > 1$, **on obtiendra A_n=1 en un nombre n fini d'itérations.**

Cette propriété n'a, semble-t-il, jamais été étayée par une démonstration ni démentie par quelque judicieux contre-exemple.
Dans ce qui suit, **IT** est un pro-verbe qui calcule A_{k+1} à partir de A_k, et **SY** un pro-verbe utilisant **IT**, qui calcule la suite des nombres obtenus jusqu'à 1.

```
IT =: -:@(]`(1 3x&p.)@.(2&|))
```

Une iteration "Syracuse"
Ex:

```
        IT   11x
    17
```

```
  SY =: (,1:)`($:@(,IT@{:))@.(2:<{:)
```

Suite "Syracuse"
Ex:

```
        SY 11x
    11 17 26 13 20 10 5 8 4 2 1
```

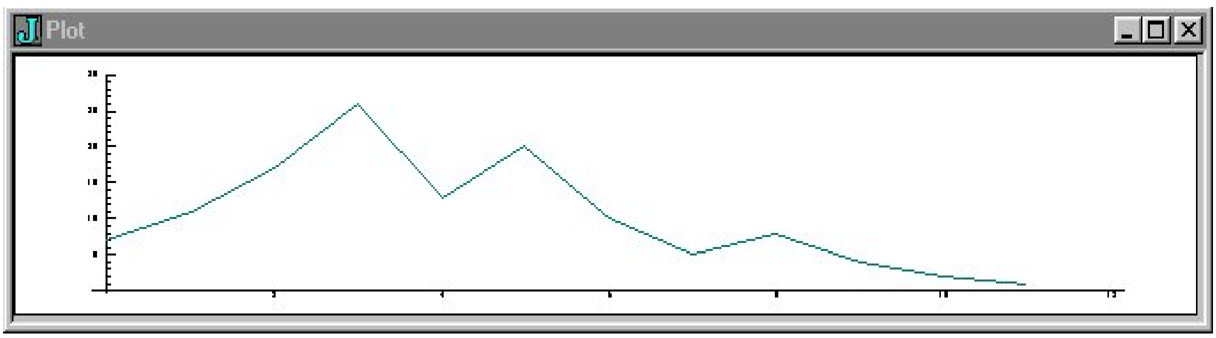
`E =: 1!:2&2` NB. Verbe monadique qui affiche et retourne son argument.
Utilisation de **"plot"** (verbe inclus dans la zone **plot.ijs)** qui trace un graphique.

Le pro-verbe **SYG** ci-dessous calcule cette suite de nombres, trace une courbe représentative, et retourne le nombre d'itérations et le maximum atteint:

```
    SYG =: 3 : 'r[E(#,>./)r[plot r=.SY y'
```

Ex 1 :

SYG 7x



7 11 17 26 13 20 10 5 8 4 2 1   NB. suite d'entiers terminée par 1

12 26   NB. 12 nombres dans cette suite, nombre maxi de la suite: 26

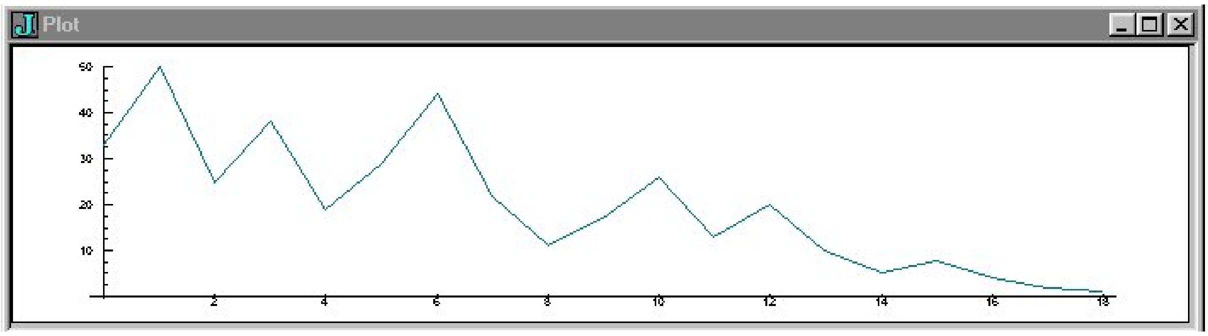
Chaque "*sommet*" est précédé par une sous-suite d'entiers impairs et suivi par une sous-suite d'entiers pairs.

Chaque "*creux*" est précédé par une sous-suite d'entiers pairs et suivi par une sous-suite d'entiers impairs.

Certaines de ces suites comportent un grand nombre de "*sommets*" et de "*creux*". Chaque changement de signe de la pente traduit un changement de parité dans la suite de nombres.

Ex2 :

SYG 33x

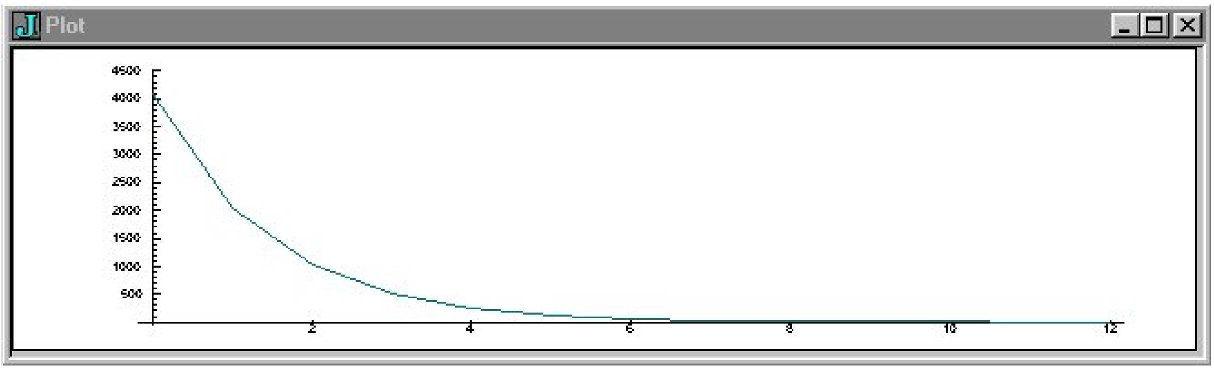


33 50 25 38 19 29 44 22 11 17 26 13 20 10 5 8 4 2 1
19   50

En partant d'un nombre de la forme 2^p il n'y a aucun "*sommet*" et la suite est décroissante jusqu'à la valeur 1.

Ex3 :

SYG 4096x



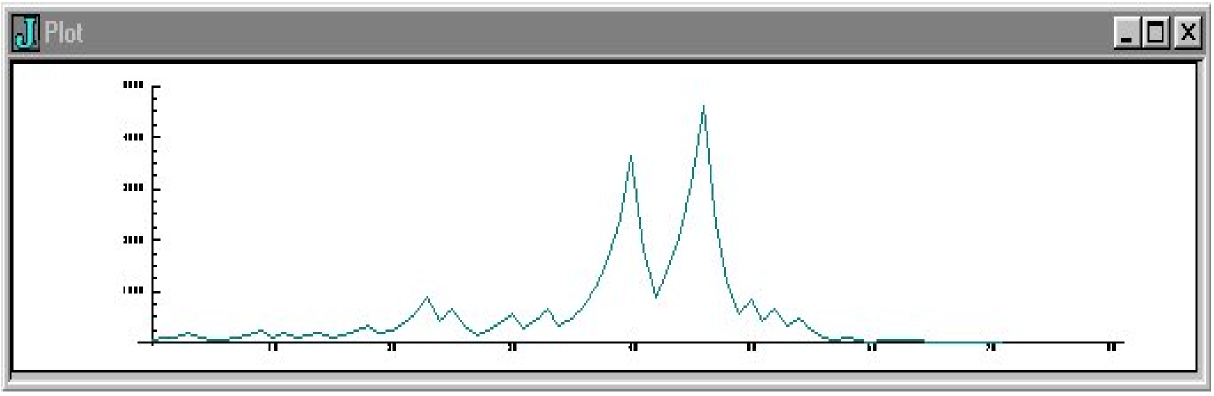
4096 2048 1024 512 256 128 64 32 16 8 4 2 1
13 4096

Un graphique permet d'illustrer la propriété étudiée. Il ne constitue pas une démonstration mais peut, tout au plus, stimuler l'imagination de qui tente d'en établir une. Les personnes pratiquant les mathématiques savent que si le contenu d'une démonstration ne repose que sur "**la**" logique, le choix de la méthode utilisée fait appel à ce que l'on peut nommer habituellement le flair (ou "pifomètre"), souvent l'imagination, parfois l'intuition, plus rarement le talent…, et, très exceptionnellement, le génie!

Ici, certaines suites comportent un très grand nombre d'itérations. D'autres atteignent des "*sommets*" records.

Chaque très haut "*sommet*" traduit l'existence d'une longue sous-suite de nombres impairs.

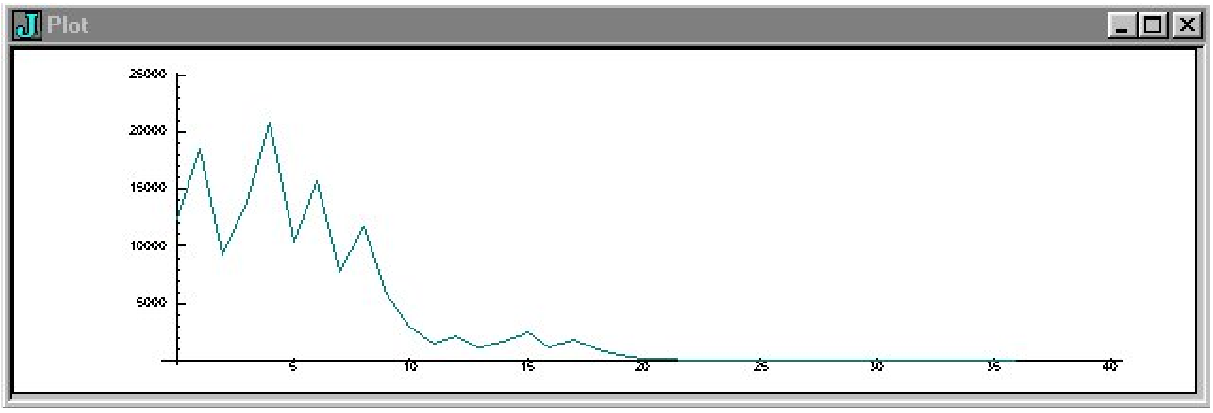
Ex4 : **SYG 55x**



55 83 125 188 94 47 71 107 161 242 121 182 91 137 206 103 155 233 350 175 263 395 593 890 445 668 334 167 251 377 566 283 425 638 319 479 719 1079 1619 2429 3644 1822 911 1367 2051 3077 4616 2308 1154 577 866 433 650 325 488 244 122 61 92 46 23 35 53 80 40 20 10 5 8 4 2 1

72 4616 NB. 72 nombres maxi atteint : 4616

Ex5 : **SYG 12345x**

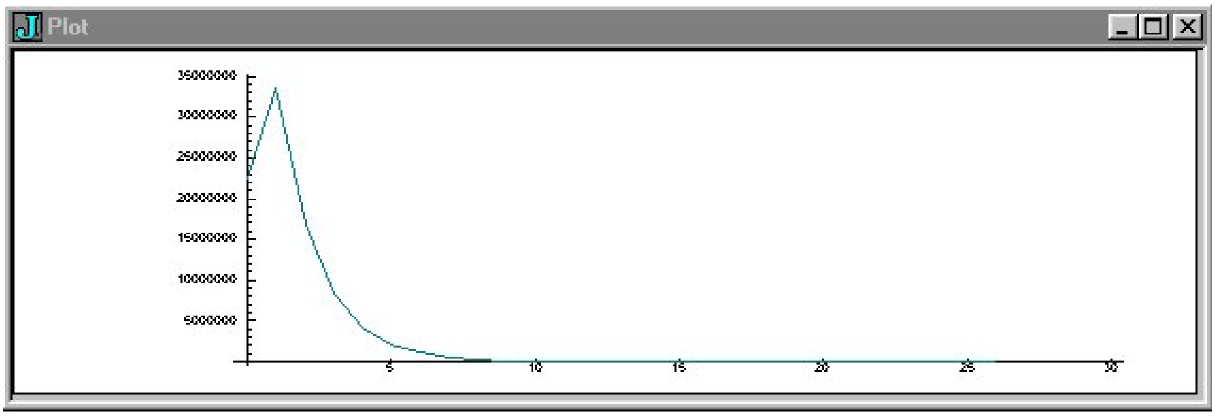


12345 18518 9259 13889 20834 10417 15626 7813 11720 5860 2930 1465 2198 1099 1649 2474 1237 1856 928 464 232 116 58 29 44 22 11 17 26 13 20 10 5 8 4 2 1

37 20834 NB. nb. d'itérations : 37 maxi atteint : 20834

Il est aisé de remarquer que les nombres de la forme $(2N+1)*\ 2^K$ nous amèneront au nombre (2N+1), et que si N=0, c'est gagné! Cherchons à quelle condition un nombre de la forme (2N+1) sera suivi d'un nombre de la forme 2^K. Résultat facile: il faut K=2M+1 et $N=2(2^{2M}-1)/3$.
Ceci est juste mais ne résout pas tout!
Par exemple si M=12,   N=11184810,   (2N+1)=22369621

Ex 6:   `SYG   22369621x`



`27  33554432`   NB. 27 itérations   Maxi : 33554432
```
22369621 33554432 16777216 8388608 4194304 2097152
1048576 524288 262144 131072 65536 32768 16384 8192
4096 2048 1024 512 256 128 64 32 16 8 4 2 1
```

La conjecture est loin d'être démontrée. Intuitivement, elle ne semble pas évidente (bien que l'on n'en connaisse aucun contre-exemple). On peut imaginer 4 situations autres que la convergence vers 1 en un nombre fini d'itérations :

- suite chaotique de longueur infinie (*où 1 n'est jamais atteint*);
- suite périodique à partir d'un certain rang (*ne passant pas par 1*);
- suite croissante à partir d'un certain rang;
- suite "rarement" décroissante, "presque toujours" croissante….

Une "démonstration mathématique" réalisée par programme n'est pas chose aisée; tout au plus peut-on envisager actuellement:

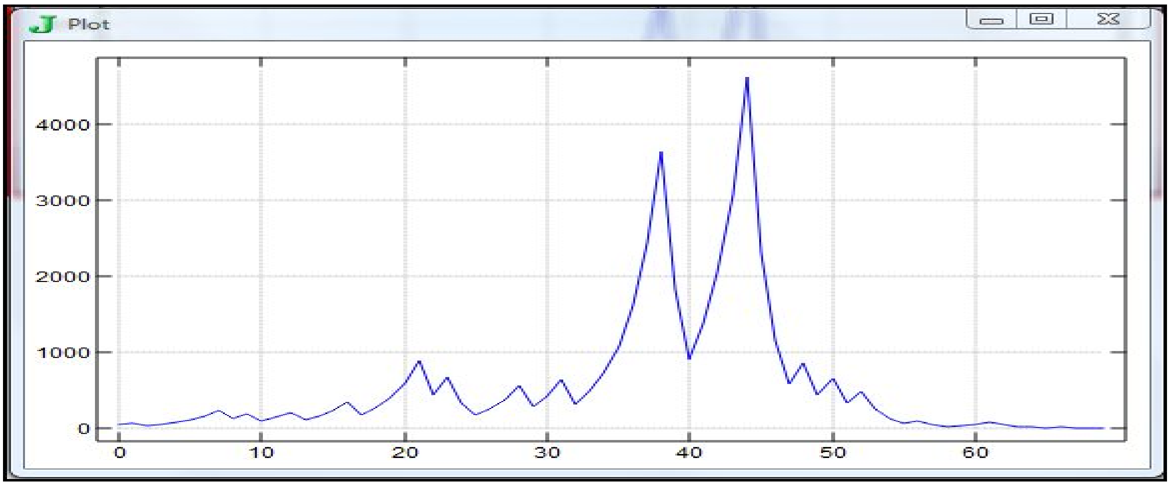
- un balayage exhaustif (*et particulièrement "bestial"*) de tous les éléments **d'un ensemble d'ordre fini** (*et pas "trop grand"*) pour démontrer un théorème d'existence ou de non existence, un dénombrement, voire un théorème d'optimisation;
- un prélèvement fini (*éventuellement aléatoire*) dans un ensemble d'ordre infini pour tenter de démontrer un théorème d'existence... ou exhiber un contre-exemple.

Un exemple célèbre est la démonstration de la "conjecture des 4 couleurs" (*4 couleurs sont suffisantes pour "barbouiller" toute carte géographique de* *telle sorte que 2 pays adjacents soient de couleurs distinctes*). On a démontré, dans un premier temps, que cela revenait à démontrer une propriété de coloration des sommets d'un ensemble d'environ 20000 graphes! Il a ensuite "suffi" de programmer la vérification de cette propriété exhaustivement sur cet ensemble d'ordre 20000 (*environ*). Cela manque de "subtilité" mais c'est d'autant plus efficace que les ordinateurs sont plus rapides. C'est la technique du tracteur ratissant de plus en plus "vite" et de plus en plus "large"….

Le pro-verbe **SYMG** fournit en plus la suite des « maxis » et la suite des « minis » relatifs :

```
  SYMG =:3 : 'r[E Minr r[E Maxr r[E(#,>./)r[plot r=.SY y'
```

Ex 7 : **SYMG 41x**



70 4616	NB. nombre d'itérations et maxi
62 242 182 206 ... 488 92 80 8	NB. maxis relatifs
41 31 121 91... 325 61 23 5 1	NB. minis relatifs
41 62 31 47... 20 10 5 8 4 2 1	NB. suite Syracuse

Dans la suite « Syracuse », tout nombre pair est systématiquement divisé par 2. Tout nombre pair de la forme p=I*2^n, où I est un entier positif impair, fournira une suite se terminant par I après une succession de divisions par 2. Tout nombre entier positif est égal à p=I*2^n, avec $n \geq 0$. Appelons I la composante impaire de p. Un nombre fini de divisions par 2 fournira la composante impaire de p.

IL SUFFIT DONC DE DEMONTRER LA CONJECTURE DE SYRACUSE POUR LES ENTIERS POSITIFS IMPAIRS POUR QU'ELLE SOIT ENTIEREMENT DEMONTREE.

Le pro-verbe **CI** donne la composante impaire de tout nombre positif.

```
CI =: ]`($:@-:)@.(0:=2x&|)"0
```

Composante impaire d un entier positif

Ex :
```
        CI  4096 126 81 7898, 75*2^112
  1 63 81 3949 75
```

On peut faire abstraction des nombres pairs de la suite « Syracuse » et ne considérer que les nombres impairs.

Le pro-verbe **ITI** réalise l'itération impaire de « Syracuse » c'est-à-dire le passage direct d'un nombre impair au nombre impair suivant.

```
ITI =: CI@IT
```

Itération impaire de « Syracuse »

Ex :
```
        ITI 23
  35
```

```
SYI =: ]`($:@(,ITI@{:))@.(1:<{:)
```

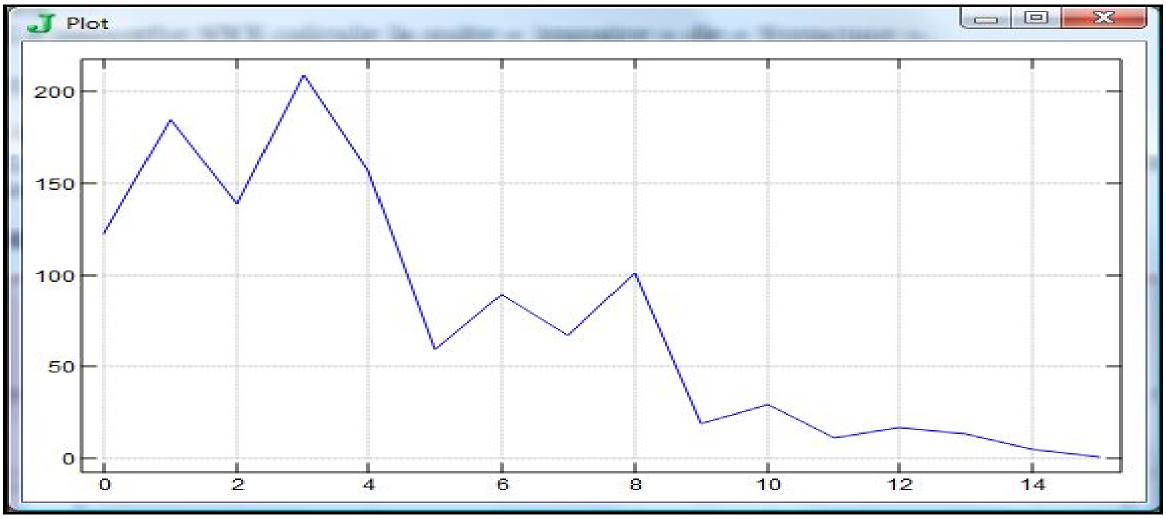
Suite « impaire » de « Syracuse ».

Ex :
```
        SYI 49x
  49 37 7 11 17 13 5 1
```

Le pro-verbe **SYIG** retourne en plus le nombre d'itérations impaires et le nombre impair maxi atteint plus un graphique :

```
SYIG =: 3 : 'r[E(#,>./)r[plot r=.SYI y'
```

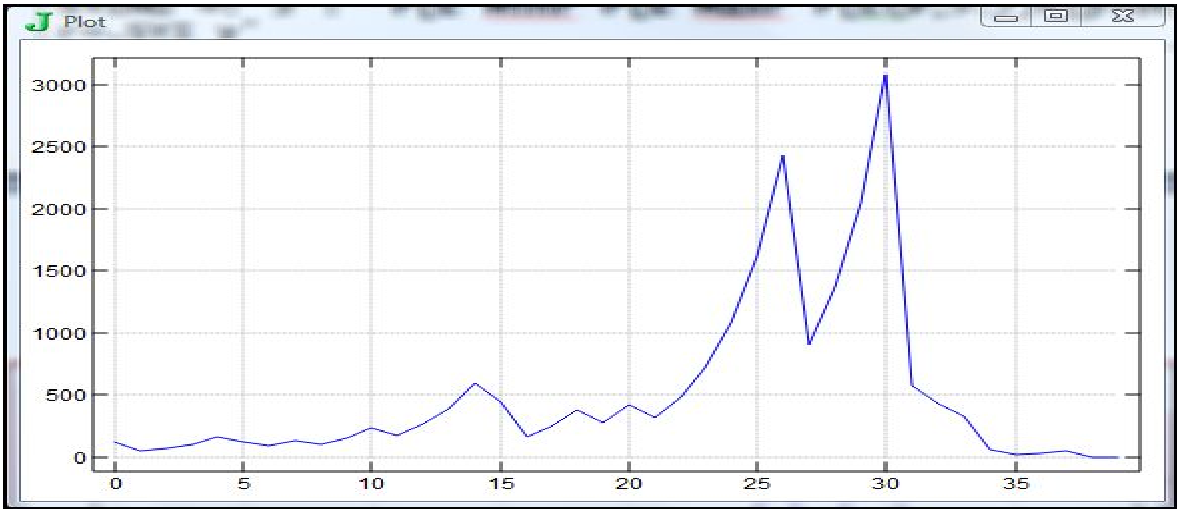
Ex:
```
        SYIG 123x
```




```
16 209      NB. Nombre d'itérations et maxi atteint
123 185 139 209 157 59 89 67 101 19 29 11 17 13 5 1
```

De même, le pro-verbe SYIMG retourne en plus la suite des maxis et celle des minis relatifs.

```
SYIMG =: 3 : 'r[E Minr r[E Maxr r[E(#,>./)r[plot r=.SYI y'
Ex :     SYIMG 125x
```



`40 3077` NB. Nombre d'itérations impaires et MAXI
`125 161 137 233 593 377 425 2429 3077 53` NB. maxis
`47 91 103 175 167 283 319 911 23 1` NB. minis
`125 47 71 107… 61 23 35 53 5 1` NB. Suite « Syracuse » impaire

Il est possible de classer les entiers impairs positifs suivant leur rang par rapport à 1 c'est-à-dire le nombre d'itérations qui les séparent de 1.
Dans le dernier exemple, 1 a le rang 0, 5 a le rang 1, 53 a le rang 2, 35 a le rang 4, 23 a le rang 5 etc.
Entre un nombre I_{n+1} et son voisin I_n il y a la relation :

$3I_{n+1}+1=I_n2^k$ où $k>0$ ➔ $I_{n+1}=(I_n2^k-1)/3$ il faut donc :

$I_n2^k-1 = 0 \pmod 3$ ➔ $I_n(-1)^k-1 = 0 \pmod 3$ ➔ $I_n = (-1)^k \pmod 3$ donc :

$$(I_n \text{ a un prédécesseur } I_{n+1}) \Leftrightarrow \left(\begin{array}{c} I_n = 6m \pm 1 \text{ où } m \in \mathbb{N} \text{ et } I_n > 0 \\ I_n \text{ est donc impair non divisible par } 3 \end{array}\right)$$

$$(I_n \text{ sans prédécesseur } I_{n+1}) \Leftrightarrow \left(\begin{array}{c} I_n = 6m + 3 \text{ où } m \in \mathbb{N} \\ I_n \text{ est impair divisible par } 3 \end{array}\right)$$

Voici les entiers impairs sans prédécesseurs : **6m+3**
3 9 15 21 27 33 39 45 51 57 63 69 75 81 87 99 105 111 117 123 129 …

Les autres entiers impairs ont des prédécesseurs : 6m-1 et 6m+1
1 5 7 11 13 17 19 23 25 29 31 35 37 41 43 47 49 53 55 59 61 65 67 …

Il semble que l'on soit en présence d'une structure arborescente :

Le tronc : le segment 0-1 (*on ajoute artificiellement le 0 sans signification*).
Chaque nœud (*entier impair*) est le départ d'une infinité de branches (*sauf les entiers de la forme 6m+3 qui sont des extrémités de branches*).
Cerise sur le gâteau : chaque nœud I (*nombre impair*) possède une infinité de feuilles (*nombres pairs de la forme* $I.2^k$ *où k est entier >0*).

1 ayant le rang 0, quels sont les entiers impairs de rang 1 ?
$\mathbf{I_1 = \{ (2^{2k} - 1)/3 \} = \{ (4^k - 1)/3\}}$ **(*où k>1*)**
I1 = {5 21 85 341 1365 5461 21845 87381 349525 …} parmi lesquels
21 1365 87381 5592405 357913941 22906492245… (*qui sont divisibles par 3*), sont donc extrémités de branches : ils sont de la forme $(4^{3k} - 1)/3$.
Les autres $(4^{3k+1} - 1)/3$ et $(4^{3k-1} - 1)/3$, (*qui ne sont pas divisibles par 3*), sont des nœuds départs d'une infinité de branches. Ce sont :
5 85 341 5461 21845 349525 1398101 22369621 ….

IL SUFFIT DONC DE DEMONTRER LA CONJECTURE DE SYRACUSE POUR LES ENTIERS POSITIFS IMPAIRS MULTIPLES DE 3 POUR QU'ELLE SOIT ENTIEREMENT DEMONTREE

Ces entiers impairs multiples de 3 sont de la forme 6n+3.
Les voici jusqu'à 501 avec leur suite associée :

SYI 3
3 5 1
SYI 9
9 7 11 17 13 5 1
SYI 15
15 23 35 53 5 1
SYI 21
21 1
SYI 27
27 41 31 47 71 107 161 121 91 137 103 155 233 175 263 395 593 445 167 251 377 283 425 319 479 719 1079 1619 2429 911 1367 2051 3077 577 433 325 61 23 35 53 5 1
SYI 33
33 25 19 29 11 17 13 5 1
SYI 39
39 59 89 67 101 19 29 11 17 13 5 1
SYI 45
45 17 13 5 1

SYI 51
51 77 29 11 17 13 5 1
SYI 57
57 43 65 49 37 7 11 17 13 5 1
SYI 63
63 95 143 215 323 485 91 137 103 155 233 175 263 395 593 445 167 251 377 283 425 319 479 719 1079 1619 2429 911 1367 2051 3077 577 433 325 61 23 35 53 5 1
SYI 69
69 13 5 1
SYI 75
75 113 85 1
SYI 81
81 61 23 35 53 5 1
SYI 87
87 131 197 37 7 11 17 13 5 1
SYI 93
93 35 53 5 1
SYI 99
99 149 7 11 17 13 5 1
SYI 105
105 79 119 179 269 101 19 29 11 17 13 5 1
SYI 111
111 167 251 377 283 425 319 479 719 1079 1619 2429 911 1367 2051 3077 577 433 325 61 23 35 53 5 1
SYI 117
117 11 17 13 5 1
SYI 123
123 185 139 209 157 59 89 67 101 19 29 11 17 13 5 1
SYI 129
129 97 73 55 83 125 47 71 107 161 121 91 137 103 155 233 175 263 395 593 445 167 251 377 283 425 319 479 719 1079 1619 2429 911 1367 2051 3077 577 433 325 61 23 35 53 5 1
SYI 135
135 203 305 229 43 65 49 37 7 11 17 13 5 1
SYI 141
141 53 5 1
SYI 147
147 221 83 125 47 71 107 161 121 91 137 103 155 233 175 263 395 593 445 167 251 377 283 425 319 479 719 1079 1619 2429 911 1367 2051 3077 577 433 325 61 23 35 53 5 1
SYI 153
153 115 173 65 49 37 7 11 17 13 5 1
SYI 159
159 239 359 539 809 607 911 1367 2051 3077 577 433 325 61 23 35 53 5 1

SYI 165
165 31 47 71 107 161 121 91 137 103 155 233 175 263
395 593 445 167 251 377 283 425 319 479 719 1079 1619
2429 911 1367 2051 3077 577 433 325 61 23 35 53 5 1
SYI 171
171 257 193 145 109 41 31 47 71 107 161 121 91 137
103 155 233 175 263 395 593 445 167 251 377 283 425
319 479 719 1079 1619 2429 911 1367 2051 3077 577 433
325 61 23 35 53 5 1
SYI 177
177 133 25 19 29 11 17 13 5 1
SYI 183
183 275 413 155 233 175 263 395 593 445 167 251 377
283 425 319 479 719 1079 1619 2429 911 1367 2051 3077
577 433 325 61 23 35 53 5 1
SYI 189
189 71 107 161 121 91 137 103 155 233 175 263 395 593
445 167 251 377 283 425 319 479 719 1079 1619 2429
911 1367 2051 3077 577 433 325 61 23 35 53 5 1
SYI 195
195 293 55 83 125 47 71 107 161 121 91 137 103 155
233 175 263 395 593 445 167 251 377 283 425 319 479
719 1079 1619 2429 911 1367 2051 3077 577 433 325 61
23 35 53 5 1
SYI 201
201 151 227 341 1
SYI 207
207 311 467 701 263 395 593 445 167 251 377 283 425
319 479 719 1079 1619 2429 911 1367 2051 3077 577 433
325 61 23 35 53 5 1
SYI 213
213 5 1
SYI 219
219 329 247 371 557 209 157 59 89 67 101 19 29 11 17
13 5 1
SYI 225
225 169 127 191 287 431 647 971 1457 1093 205 77 29
11 17 13 5 1
SYI 231
231 347 521 391 587 881 661 31 47 71 107 161 121 91
137 103 155 233 175 263 395 593 445 167 251 377 283
425 319 479 719 1079 1619 2429 911 1367 2051 3077 577
433 325 61 23 35 53 5 1
SYI 237
237 89 67 101 19 29 11 17 13 5 1
SYI 243
243 365 137 103 155 233 175 263 395 593 445 167 251
377 283 425 319 479 719 1079 1619 2429 911 1367 2051
3077 577 433 325 61 23 35 53 5 1

SYI 249
249 187 281 211 317 119 179 269 101 19 29 11 17 13 5 1
SYI 255
255 383 575 863 1295 1943 2915 4373 205 77 29 11 17 13 5 1
SYI 261
261 49 37 7 11 17 13 5 1
SYI 267
267 401 301 113 85 1
SYI 273
273 205 77 29 11 17 13 5 1
SYI 279
279 419 629 59 89 67 101 19 29 11 17 13 5 1
SYI 285
285 107 161 121 91 137 103 155 233 175 263 395 593 445 167 251 377 283 425 319 479 719 1079 1619 2429 911 1367 2051 3077 577 433 325 61 23 35 53 5 1
SYI 291
291 437 41 31 47 71 107 161 121 91 137 103 155 233 175 263 395 593 445 167 251 377 283 425 319 479 719 1079 1619 2429 911 1367 2051 3077 577 433 325 61 23 35 53 5 1
SYI 297
297 223 335 503 755 1133 425 319 479 719 1079 1619 2429 911 1367 2051 3077 577 433 325 61 23 35 53 5 1
SYI 303
303 455 683 1025 769 577 433 325 61 23 35 53 5 1
SYI 309
309 29 11 17 13 5 1
SYI 315
315 473 355 533 25 19 29 11 17 13 5 1
SYI 321
321 241 181 17 13 5 1
SYI 327
327 491 737 553 415 623 935 1403 2105 1579 2369 1777 1333 125 47 71 107 161 121 91 137 103 155 233 175 263 395 593 445 167 251 377 283 425 319 479 719 1079 1619 2429 911 1367 2051 3077 577 433 325 61 23 35 53 5 1
SYI 333
333 125 47 71 107 161 121 91 137 103 155 233 175 263 395 593 445 167 251 377 283 425 319 479 719 1079 1619 2429 911 1367 2051 3077 577 433 325 61 23 35 53 5 1
SYI 339
339 509 191 287 431 647 971 1457 1093 205 77 29 11 17 13 5 1
SYI 345
345 259 389 73 55 83 125 47 71 107 161 121 91 137 103 155 233 175 263 395 593 445 167 251 377 283 425 319

479 719 1079 1619 2429 911 1367 2051 3077 577 433 325
61 23 35 53 5 1
SYI 351
351 527 791 1187 1781 167 251 377 283 425 319 479 719
1079 1619 2429 911 1367 2051 3077 577 433 325 61 23
35 53 5 1
SYI 357
357 67 101 19 29 11 17 13 5 1
SYI 363
363 545 409 307 461 173 65 49 37 7 11 17 13 5 1
SYI 369
369 277 13 5 1
SYI 375
375 563 845 317 119 179 269 101 19 29 11 17 13 5 1
SYI 381
381 143 215 323 485 91 137 103 155 233 175 263 395
593 445 167 251 377 283 425 319 479 719 1079 1619
2429 911 1367 2051 3077 577 433 325 61 23 35 53 5 1
SYI 387
387 581 109 41 31 47 71 107 161 121 91 137 103 155
233 175 263 395 593 445 167 251 377 283 425 319 479
719 1079 1619 2429 911 1367 2051 3077 577 433 325 61
23 35 53 5 1
SYI 393
393 295 443 665 499 749 281 211 317 119 179 269 101
19 29 11 17 13 5 1
SYI 399
399 599 899 1349 253 95 143 215 323 485 91 137 103
155 233 175 263 395 593 445 167 251 377 283 425 319
479 719 1079 1619 2429 911 1367 2051 3077 577 433 325
61 23 35 53 5 1
SYI 405
405 19 29 11 17 13 5 1
SYI 411
411 617 463 695 1043 1565 587 881 661 31 47 71 107
161 121 91 137 103 155 233 175 263 395 593 445 167
251 377 283 425 319 479 719 1079 1619 2429 911 1367
2051 3077 577 433 325 61 23 35 53 5 1
SYI 417
417 313 235 353 265 199 299 449 337 253 95 143 215
323 485 91 137 103 155 233 175 263 395 593 445 167
251 377 283 425 319 479 719 1079 1619 2429 911 1367
2051 3077 577 433 325 61 23 35 53 5 1
SYI 423
423 635 953 715 1073 805 151 227 341 1
SYI 429
429161 121 91 137 103 155 233 175 263 395 593 445 167
251 377 283 425 319 479 719 1079 1619 2429 911 1367
2051 3077 577 433 325 61 23 35 53 5 1

SYI 435
435 653 245 23 35 53 5 1
SYI 441
441 331 497 373 35 53 5 1
SYI 447
447 671 1007 1511 2267 3401 2551 3827 5741 2153 1615
2423 3635 5453 2045 767 1151 1727 2591 3887 5831 8747
13121 9841 7381 173 65 49 37 7 11 17 13 5 1
SYI 453
453 85 1
SYI 459
459 689 517 97 73 55 83 125 47 71 107 161 121 91 137
103 155 233 175 263 395 593 445 167 251 377 283 425
319 479 719 1079 1619 2429 911 1367 2051 3077 577 433
325 61 23 35 53 5 1
SYI 465
465 349 131 197 37 7 11 17 13 5 1
SYI 471
471 707 1061 199 299 449 337 253 95 143 215 323 485
91 137 103 155 233 175 263 395 593 445 167 251 377
283 425 319 479 719 1079 1619 2429 911 1367 2051 3077
577 433 325 61 23 35 53 5 1
SYI 477
477 179 269 101 19 29 11 17 13 5 1
SYI 483
483 725 17 13 5 1
SYI 489
489 367 551 827 1241 931 1397 131 197 37 7 11 17 13 5
1
SYI 495
495 743 1115 1673 1255 1883 2825 2119 3179 4769 3577
2683 4025 3019 4529 3397 637 239 359 539 809 607 911
1367 2051 3077 577 433 325 61 23 35 53 5 1
SYI 501
501 47 71 107 161 121 91 137 103 155 233 175 263 395
593 445 167 251 377 283 425 319 479 719 1079 1619
2429 911 1367 2051 3077 577 433 325 61 23 35 53 5 1

On peut aisément vérifier jusqu'à 501 (ce qui confirme les démonstrations !) que chaque nombre impair multiple de 3 est l'origine d'une suite d'entiers impairs tous non multiples de 3 se terminant par 1. C'est-à-dire que chaque nombre impair non multiple de 3 a un « ancêtre » et un seul impair multiple de 3 (donc de rang supérieur à lui).

IL SUFFIT DONC DE DEMONTRER QUE CHAQUE NOMBRE IMPAIR MULTIPLE DE 3 A UN RANG FINI (NOMBRE FINI D'ITERATIONS DE LA SUITE QUI LE LIE A 1) POUR DEMONTRER ENTIEREMENT LA CONJECTURE DE SYRACUSE.

Rang d'un entier impair :

```
RG =: (<:@#@SYI)"0
```

```
Ex:       Rg 315 1 3
    11 0 2
```

Voici un tableau contenant un entier impair multiple de 3 (inférieur ou égal à 501 de la forme 6n+3) et son rang dans chaque case :

```
12 7$ ((<@(],RG))"0)3+6*i.84
```

3 2	9 6	15 5	21 1	27 41	33 8	39 11
45 4	51 7	57 10	63 39	69 3	75 3	81 6
87 9	93 4	99 7	105 12	111 24	117 5	123 15
129 44	135 13	141 3	147 42	153 11	159 18	165 40
171 45	177 9	183 33	189 38	195 43	201 4	207 31
213 2	219 17	225 17	231 46	237 10	243 34	249 15
255 15	261 8	267 5	273 8	279 13	285 37	291 42
297 25	303 13	309 6	315 11	321 6	327 52	333 40
339 16	345 45	351 28	357 9	363 14	369 4	375 14
381 38	387 43	393 19	399 43	405 7	411 48	417 48
423 9	429 36	435 7	441 7	447 34	453 2	459 46
465 10	471 46	477 10	483 5	489 15	495 34	501 39

Évidemment, il y a une infinité d'entiers impairs de la forme 6n+3 et toute vérification informatique ne peut porter que sur un nombre fini d'entre eux. Cela ne peut remplacer une démonstration mathématique qui reste à faire !

Démonstration restant à faire : démontrer que la conjecture de Syracuse est juste pour tout nombre entier impair positif multiple de 3 (donc de la forme 6n+3).

Ce n'est pas encore gagné !